

Prova di Matematica e Statistica
Seconda Parte - Matematica - **tema A**
c.l. in Biotecnologie - 16 luglio 2013

Cognome e Nome:

Es.1	Es.2	Es.3	Tot

(1) Nello spazio coordinato, si considerino la retta r di equazioni $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$ ed il piano π di equazione $x + 2y - z + 3 = 0$.

- a) Si determinino equazioni per la retta r' proiezione ortogonale di r su π .
- b) Si calcoli il coseno dell'angolo compreso tra le rette r e r' .
- c) Dopo aver verificato che il punto $A = (2, 3, -1)$ appartiene a r , detto B il punto su r' ottenuto proiettando ortogonalmente A su π , e detto C il punto intersezione tra r e r' , si calcoli l'area del triangolo ABC .

(2) Si consideri l'applicazione reale in due variabili reali $z = f(x, y) = x^2 + y^2 - \ln(x - y)$.

Si determinino:

- a) il dominio $D \subseteq \mathbb{R}^2$ di f e si discuta la differenziabilità di f in D ;
- b) il carattere dei punti stazionari di f in D ;
- c) i punti di massimo e di minimo assoluto per f ristretta al dominio chiuso e limitato $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1, y \leq x - 1/2\}$.

(3) Si calcoli il baricentro della regione omogenea piana

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -e^x \leq y \leq e^x\}$$

(Sugg.: S è simmetrica rispetto all'asse delle x).