

Prova di Matematica e Statistica  
Seconda Parte - Matematica - **tema A**  
c.l. in Biotecnologie - 16 luglio 2013

Cognome e Nome: .....

---

Es.1	Es.2	Es.3	Tot

---

(1) Nello spazio coordinato, si considerino la retta  $r$  di equazioni  $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$  ed il piano  $\pi$  di equazione  $x + 2y - z + 3 = 0$ .

- Si determinino equazioni per la retta  $r'$  proiezione ortogonale di  $r$  su  $\pi$ .
- Si calcoli il coseno dell'angolo compreso tra le rette  $r$  e  $r'$ .
- Dopo aver verificato che il punto  $A = (2, 3, -1)$  appartiene a  $r$ , detto  $B$  il punto su  $r'$  ottenuto proiettando ortogonalmente  $A$  su  $\pi$ , e detto  $C$  il punto intersezione tra  $r$  e  $r'$ , si calcoli l'area del triangolo  $ABC$ .

---

**(2)** Si consideri l'applicazione reale in due variabili reali  $z = f(x, y) = x^2 + y^2 - \ln(x - y)$ .

Si determinino:

- a) il dominio  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  di  $f$  e si discuta la differenziabilità di  $f$  in  $D$ ;
- b) il carattere dei punti stazionari di  $f$  in  $D$ ;
- c) i punti di massimo e di minimo assoluto per  $f$  ristretta al dominio chiuso e limitato

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1, y \leq x - 1/2\}.$$

---

**(3)** Si calcoli il baricentro della regione omogenea piana

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -e^x \leq y \leq e^x\}$$

(Sugg.:  $S$  è simmetrica rispetto all'asse delle  $x$ ).